

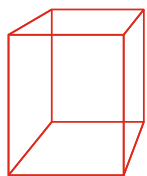
Cube and Cuboid

————— *Reasoning with Mohit Kawatra*

Cube and Cuboid -

Cube is a three-dimensional figure with each of its six sides/faces showing different numbers/letter/colours etc. It has 6 surfaces, 8 corners and 12 edges. In a dice, length, breadth and height all are equal to each other

घन एक त्रि-आयामी आकृति है जिसके प्रत्येक पक्ष/चेहरे पर अलग-अलग संख्या/अक्षर/रंग आदि दिखाई देते हैं। इसमें 6 सतहें, 8 कोने और 12 किनारे होते हैं। एक पासे में, लंबाई, चौड़ाई और ऊंचाई सभी एक दूसरे के बराबर होती हैं

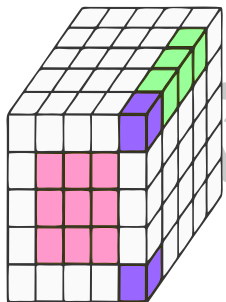


Total corners कुल कोने	→ 8
Total Surface कुल सतह	→ 6
Total Edges कुल किनारे	→ 12

Type 1

If a "x" cm cube is painted by blue colour then it is cut into 1 cm small cube.

यदि एक "x" सेमी घन को नीले रंग से रंगा जाए तो इसे 1 सेमी छोटे घन में काट दिया जाता है।



3 Surfaces painted or corners / 3 सतह कोने पर चिह्नित
2 surfaces painted on edges / 2 सतह कोने पर चिह्नित
1 surfaces painted on surfaces / 1 सतह चिह्नित

Formula / सूत्र :-

- One Surface Painted Cube / एक सतह चित्रित घन
= $6(x-2)^2$
- Two Surfaces Painted Cube / दो सतह चित्रित घन
= $12(x-2)$
- Three Surfaces Painted Cube / तीन सतह चित्रित घन
= 8
- Zero Surfaces Painted Cube / शून्य सतह चित्रित घन
= $(x-2)^3$
- Number of Cube /

$$\text{घन की संख्या} = x^3$$

	X →	3	4	5	6	7	8
1 Surface Painted	$6(x-2)^2$	6	24	54	96	150	216
2 Surface Painted	$12(x-2)$	12	24	36	48	60	72
3 Surface Painted	Fix = 8	8	8	8	8	8	8
0 Surface Painted	$(x-2)^3$	1	8	27	64	125	216
Total Cube	x^3	27	64	125	216	343	512

Example :-

A 25 cm cube is printed by green color then it is cut into 5 cm small cube find the number of cube in which 2 surfaces is painted.

उदाहरण :- 25 सेमी के एक घन को हरे रंग से रंगा जाता है, फिर उसे 5 सेमी के छोटे घन में काटा जाता है, उस घन की संख्या ज्ञात कीजिए जिसमें 2 सतहों को रंगा गया है।

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 12(x-2) \\ &\Rightarrow 12(5-2) \\ &\Rightarrow 12 \times 3 = \boxed{36} \end{aligned}$$

$$x = \frac{25 \text{ (BigCube)}}{5 \text{ (SmallCube)}} = 5$$

Type 2

A cube of 'x' cm side is painted by three different colours. And cut into 1 cm small cube. Then,

'x' सेमी भुजा वाले एक घन को तीन अलग-अलग रंगों से रंगा गया है। और 1 सेमी छोटे क्यूब्स में काट लें। तब,

(Note :- Same colour in opposite side / विपरीत दिशा में एक ही रंग)

- Number of cubes whose surface painted by one colour/ सतह को एक ही रंग से रंगा गया है
= $2(x-2)^2$
- Number of cubes whose surface painted by two colours/ उन घनों की संख्या जिनकी सतह दो रंगों से मुद्रित होती है
= $4(x-2)$
- Number of cubes whose surface painted by different colours / उन घनों की संख्या जिनकी सतह विभिन्न रंगों से मुद्रित होती है
= Total/कुल = 8

- **Zero surface painted / शून्य सतह चित्रित**
 $= (x-2)^3$
- **Total number of cubes / कुल घन**
 $= x^3$

	$x \rightarrow$	3	4	5	6	7	8
1 Coloured Surface	$2(x-2)^2$	2	8	18	32	50	72
2 Coloured Surface	$4(x-2)$	4	8	12	16	20	24
3 Coloured Surface	8	8	8	8	8	8	8
0 Coloured Surface	$(x-2)^3$	1	8	27	64	125	216
Total Cube	x^3	27	64	125	216	343	512

If the name of colour is given in question.
 $\Sigma 0 \text{ Coloured} + 2 \text{ Coloured} + 4 \text{ Coloured} + 8 \text{ Coloured}$

Example :-

A 10 cm cube is painted by Red, Black and Green from opposite and cut into 2 cm small cube. Find the number of cube in which 1 surface is painted.

उदाहरण :- 10 सेमी के एक घन को विपरीत दिशा से लाल, काले और हरे रंग से रंगा जाता है और 2 सेमी छोटे घन में काटा जाता है। उन घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनमें 1 सतह चित्रित है।

In this question specific colour is not given,
 So / इस प्रश्न में विशिष्ट रंग नहीं दिया गया है, अतः

1. Surfaces painted cube

$$x \neq 0 \quad \& \quad x \neq 1 \quad \& \quad x \neq 2$$

$$\rightarrow 6(x-2)^2$$

$$\rightarrow 6(5-2)^2$$

→ 54

$$\therefore x = \frac{10}{2} = 5$$

Cuboid / $\circ \pm \mu$

- Corner Cubes / $\hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u}$ (three side coloured / $\neq \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u}$) = 8
- Middle cubes / $\hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u}$ (2 side coloured / $1 \neq \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u}$)
 $= 4(n_1-2) + 4(n_2-2) + 4(n_3-2)$
- Central cubes / $\hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u}$ (1 side coloured / $0 \neq \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u}$)
 $= 2(n_1-2)(n_2-2) + 2(n_2-2)(n_3-2) + 2(n_3-2)(n_1-2)$
- Total number of smaller cubes / $\hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u} \hat{u}$
 $= n_1 \times n_2 \times n_3$

Directions(1-7):-

A cube of $5 \times 5 \times 5$ cm, side coloured with red. And cut into 1 cm small side. Then, answer the following question.

$5 \times 5 \times 5$ सेमी का एक घन, जिसकी भुजा लाल रंग से रंगी हुई है। और 1 सेमी छोटे भाग में काट लीजिये। फिर, निम्नलिखित प्रश्न का उत्तर दें।

- How many total number of small cubes are there?
 छोटे घनों की कुल संख्या कितनी है?
 (a) 144 (b) 123
 (c) 125 (d) 121
- Find the number of cubes which are at least one side coloured?
 ऐसे घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनकी कम से कम एक भुजा रंगीन हो?
 (a) 98 (b) 90
 (c) 95 (d) 92
- Find the number of small cubes which are coloured with only single side?
 ऐसे छोटे घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जो केवल एक तरफ से रंगे हुए हैं?
 (a) 52 (b) 53
 (c) 54 (d) 56
- Find the number of small cubes which are two side coloured?
 उन छोटे घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनकी दोनों भुजाएं रंगीन हैं?
 (a) 24 (b) 36
 (c) 48 (d) 64
- Find the number of small cubes which are at least two side coloured?
 ऐसे छोटे घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनकी कम से कम दो भुजाएं रंगीन हों?
 (a) 42 (b) 44
 (c) 36 (d) 38
- Find the number of colourless cubes?
 रंगहीन घनों की संख्या ज्ञात कीजिए?
 (a) 64 (b) 36
 (c) 25 (d) 27
- Find the total number of small cubes which are three side coloured?
 उन छोटे घनों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए जिनकी तीन भुजाएं रंगीन हैं?
 (a) 16 (b) 8
 (c) 25 (d) 64

Direction(8-12) :-

A cube of $14 \times 14 \times 14$ cm, side coloured with opposite side with Green, Red and Blue. Then, cubes is cut into 2 cm small cubes.

$14 \times 14 \times 14$ सेमी का एक घन, जिसकी भुजा विपरीत भुजा हरे, लाल और नीले रंग से रंगी हुई है। फिर, घनों को 2 सेमी छोटे घनों में काटा जाता है।

8. Find the number of cubes which are three side coloured with Green, Red and Blue?
उन घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनकी तीन भुजाएँ हरे, लाल और नीले रंग से रंगी हैं?
(a) 64 (b) 25
(c) 36 (d) 8
9. Find the number of cubes which have two side coloured with Green and Blue at least .
ऐसे घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनकी कम से कम दो भुजाएँ हरे और नीले रंग से रंगी हों।
(a) 28 (b) 24
(c) 25 (d) 36
10. Find the number of cubes which have only two sides coloured with Green and Blue.
उन घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनकी केवल दो भुजाएँ हरे और नीले रंग से रंगी हैं।
(a) 24 (b) 25
(c) 20 (d) 16
11. Find the number of cubes which have coloured with only blue side.
उन घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनका रंग केवल नीला है।
(a) 50 (b) 60
(c) 56 (d) 58
12. Find the number of cubes which have at least one side red.
उन घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनकी कम से कम एक भुजा लाल है।
(a) 108 (b) 98
(c) 94 (d) 96

Direction (13-16):-

A cube of $5 \times 5 \times 5$ cm, side coloured with Green, Yellow, Blue , Red, Orange and Black. Then, it is cut into 1 cm side small cube. Answer the following question.

$5 \times 5 \times 5$ सेमी का एक घन, जिसकी भुजा हरे, पीले, नीले, लाल, नारंगी और काले रंग से रंगी हुई है। फिर, इसे 1 सेमी भुजा वाले छोटे घन में काट लिया जाता है।

निम्नलिखित प्रश्न का उत्तर दें।

13. Find the total number of small cubes.
छोटे घनों की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।
(a) 121 (b) 125
(c) 100 (d) 144
14. Find the number of small cubes which have three sides coloured .
ऐसे छोटे घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनकी तीन भुजाएँ रंगीन हों।
(a) 343 (b) 64
(c) 125 (d) 8
15. Find the number of small cubes which have two sides coloured .
ऐसे छोटे घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनकी दोनों भुजाएँ रंगीन हों।
(a) 34 (b) 36
(c) 48 (d) 60
16. Find the number of small cubes which are at least two side coloured.
ऐसे छोटे घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनके कम से कम दो किनारे रंगीन हों।
(a) 42 (b) 44
(c) 48 (d) 60

Directions (17-21):-

A cuboid of $4 \times 3 \times 5$ cm are coloured with black in opposite face of 4×3 . The opposite face of 3×5 are coloured with Red. The opposite face of 4×5 are coloured with Blue Now It is cut into small cubes of 1 cm side.

$4 \times 3 \times 5$ सेमी के एक घनाभ को 4×3 के विपरीत फलक पर काले रंग से रंगा गया है। 3×5 के विपरीत फलक को लाल रंग से रंगा गया है। 4×5 का विपरीत फलक नीले रंग से रंगा गया है। अब इसे 1 सेमी के छोटे क्यूब्स में काट लें।

17. How many small cubes will have only two faces coloured?
कितने छोटे घनों के केवल दो फलक रंगीन होंगे?
(a) 25 (b) 24
(c) 36 (d) 27

18. How many small cubes will have three faces coloured ?

कितने छोटे घनों के तीन फलक रंगीन होंगे?

- (a) 12 (b) 8
(c) 16 (d) 25

19. How many small cubes will have no faces coloured ?

कितने छोटे घनों के पृष्ठ रंगीन नहीं होंगे?

- (a) 8 (b) 10
(c) 5 (d) 6

20. A colored cuboid of $1 \times 1 \times 20$ cm side is cut into 1 cm length of small cubes then how many small cubes are there which have only 5 sides coloured ?

$1 \times 1 \times 20$ सेमी भुजा वाले एक रंगीन घनाभ को 1 सेमी लंबे छोटे घनों में काटा जाता है तो ऐसे कितने छोटे घन हैं जिनकी केवल 5 भुजाएँ रंगीन हैं?

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

21. A colored cuboid of $10 \times 15 \times 1$ cm side is cut into 1 cm length of small cubes then how many small cubes are there which have only 4 sides coloured ?

$10 \times 15 \times 1$ सेमी भुजा वाले एक रंगीन घनाभ को 1 सेमी लंबे छोटे घनों में काटा जाता है तो ऐसे कितने छोटे घन हैं जिनकी केवल 4 भुजाएँ रंगीन हैं?

- (a) 8 (b) 4
(c) 12 (d) 13

22. A cube of side 80cm is painted yellow on all the faces and then cut into smaller cubes of sides 8cm each. Find the number of smaller cubes having all the three faces painted.

80 सेमी भुजा वाले एक घन के सभी फलकों को पीले रंग से रंगा गया है तथा फिर उसे 8 सेमी भुजा वाले छोटे घनों में काटा गया है। उन छोटे घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनके सभी तीन फलक पीले रंग से रंगे हुए हैं।

CGL-Tier-I (12/04/2022) (Shift-3rd)

- (a) 32 (b) 28
(c) 8 (d) 64

23. A cube of side 125 cm is painted red on all the faces and then cut into smaller cubes of sides 25 cm each. Find the number of smaller cubes having at least two faces painted.

125 सेमी. भुजा वाले एक घन को सभी फलकों पर लाल रंग से रंगा जाता है और फिर इसे 25 सेमी. भुजा वाले छोटे-छोटे घनों में काटा जाता है। ऐसे छोटे घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनके कम से कम दो फलक रंगे हुए हों।

CGL-Tier-I (12/04/2022) (Shift-3rd)

- (a) 48 (b) 36
(c) 44 (d) 52

24. A cube of side 49 cm is painted purple on all the faces and then cut into smaller cubes of sides 7 cm each. Find the number of smaller cubes having only one face painted.

49 सेमी. भुजा वाले एक घन को सभी फलकों पर बैंगनी रंग से रंगा जाता है और फिर इसे 7 सेमी. भुजा वाले छोटे-छोटे घनों में काटा जाता है। ऐसे छोटे घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनका केवल एक फलक रंगा हुआ है।

CGL-Tier-I (13/04/2022) (Shift-2nd)

- (a) 100 (b) 25
(c) 50 (d) 150

25. A cube of side 12 cm is painted green on all the faces and then cut into smaller cubes of sides 2 cm each. Find the number of smaller cubes that have only one face painted.

12 सेमी. भुजा वाले एक घन के सभी फलकों को हरे रंग से रंगा जाता है और फिर इसे 2 सेमी. भुजा वाले छोटे-छोटे घनों में काटा जाता है। ऐसे छोटे घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनका केवल एक फलक रंगा हुआ है।

CGL-Tier-I (18/04/2022) (Shift-3rd)

- (a) 68 (b) 96
(c) 78 (d) 49

26. A cube of side 18 cm is painted yellow on all the faces and then cut into smaller cubes of sides 3 cm each. Find the number of smaller cubes that have only two faces painted.

18 सेमी. भुजा वाले एक घन के सभी फलकों को पीले रंग से रंगा जाता है और फिर इसे 3 सेमी. भुजा वाले छोटे-छोटे घनों में काटा जाता है। ऐसे छोटे घनों की संख्या ज्ञात कीजिए जिनके केवल दो फलक रंगे हुए हैं।

CGL-Tier-I (20/04/2022) (Shift-1st)

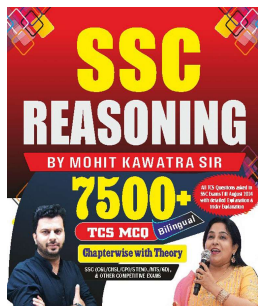
- (a) 36 (b) 48
(c) 20 (d) 64

27. A cube is painted on all surfaces with orange color and is divided into 27 equal cubes. How many cubes will have only one face painted?

एक घन को सभी सतहों पर नारंगी रंग से रंगा जाता है और उसे 27 बराबर घनों में विभाजित किया जाता है। कितने घनों का केवल एक फलक रंगा हुआ होगा?

CHSL-2022-(17/03/2023) (Shift-1st)

- (a) 6 (b) 4
(c) 9 (d) 5



Answer Key :-

1. (c) 2. (a) 3. (c) 4. (b) 5. (b) 6. (d)
 7. (b) 8. (d) 9. (a) 10. (c) 11. (a) 12. (b)
 13. (b) 14. (d) 15. (b) 16. (b) 17. (b) 18. (b)
 19. (d) 20. (c) 21. (b) 22. (c) 23. (c) 24. (d)
 25. (b) 26. (b) 27. (a)

Solution :-

1.(c) Total number of cubes
 $= n^3$
 $= 5^3$
 $= 5 \times 5 \times 5 = 125$

- 2.(a) Atleast one surface coloured means.
 that 2 and 3 coloured are also counted.

$$n = \frac{5}{1} \Rightarrow 5$$

One face coloured
 $= 6 (x-2)^2$
 $= 6 (5-2)^2$
 $= 6 \times 3^2$
 $= 54$

Two side coloured cube
 $= 12 (x-2)$
 $= 12 (5-2)$
 $= 12 \times 3 = 36$

Three side coloured cubes
 $= 8 \text{ fix}$

Total number of cubes
 $= 54 + 36 + 8 = 98$

3.(c) Cubes $= 6 (x-2)^2$
 $= 6 (5-2)^2$
 $= 6 \times (3)^2$
 $= 9 \times 6 = 54$

4.(b) $n = 5$
 Cubes $= 12 (n-2)$
 $= 12 (5-2)$
 $= 12 \times 3$
 $= 36$

5.(b) $n = 5$

Atleast two side coloured means that 3
 side coloured are also counted.

So, 2 side coloured cube
 $= 12 (n-2)$
 $= 12 (5-2)$
 $= 12 \times 3 = 36$

and, 3 side coloured
 $= 8 \text{ (fix)}$

Total cubes $= 36 + 8 = 44$

6.(d) $n = 5$
 colourless
 $= (n-2)^3$
 $= (5-2)^3$
 $= (3)^3 = 27$

- 7.(b) Three side coloured cubes are always 8.

- 8.(d) Three side coloured with Green, Red and
 Blue cubes
 $= 8$.

9.(a) $n = \frac{14}{2} = 7$

Two side coloured cube with Green and
 Blue

$= 4 (n-2)$
 $= 4 (7-2)$
 $= 4 \times 5 = 20$

Three side coloured cube $= 8$
 Total cube $= 20 + 8 = 28$

10.(c) $n = \frac{14}{2} = 7$

Two surface coloured only with Green
 and Blue cubes

$= 4 (n-2)$
 $= 4 (7-2) = 4 \times 5 = 20$

11.(a) $n = \frac{14}{2} = 7$

One side coloured cubes with blue only
 $= 2 (n-2)^2 \text{ (Formula)}$

Solution :-

$= 2 (n-2)^2$
 $= 2 (7-2)^2$
 $= 2 \times (5)^2 = 2 \times 25 = 50$

$$12.(b) \quad n = \frac{14}{2} = 7$$

$$\text{One side Red} = 2(n-2)^2 = 2(7-2)^2 \\ = 2 \times 5^2 = 50$$

$$\text{Two surface coloured} = 8(n-2) = 8(7-2) \\ = 8 \times 5 = 40$$

$$\text{Three surface coloured} = 8 \text{ (fix)}$$

$$\text{Total cubes} = 50 + 40 + 8 = 98$$

$$13.(b) \quad n = \frac{5}{1} = 5$$

$$\text{Total small cubes} = n^3$$

$$= 5^3 = 125$$

14.(d) Three side coloured cubes are always 8.

$$15.(b) \quad \text{Two side coloured cube} \\ = 12(n-2) \\ = 12(5-2) \\ = 12 \times 3 = 36$$

$$16.(b) \quad \text{Two side coloured cubes} \\ = 12(n-2) \\ = 12(5-2) \\ = 12 \times 3 = 36 \\ \text{Three side coloured cube is always 8.} \\ \text{Total cubes} = 36 + 8 = 44$$

$$17.(b) \quad \text{Only two face colour cubes} \\ = 4(n_1-2) + 4(n_2-2) + 4(n_3-2) \\ = 4(4-2) + 4(3-2) + 4(5-2) \\ = 4 \times 2 + 4 \times 1 + 4 \times 3 \\ = 8 + 4 + 12 = 24$$

$$18.(b) \quad \text{Three face coloured cubes} \\ = 8 \text{ (fix)}$$

$$19.(d) \quad \text{Colourless cube} \\ = (n_1-2)(n_2-2)(n_3-2) \\ = (4-2)(3-2)(5-2) \\ = 2 \times 1 \times 3 \\ = 6$$

$$20.(c) \quad \text{Five side coloured cube} = \text{Corner cubes} \\ = 2$$

$$21.(b) \quad \text{Four side coloured cubes} = 4$$

22.(c) Number of smaller cube having all the three faces painted.

$$\frac{80}{8} - 2 = 8$$

23.(c) 5 cuts each along the length, breadth and height ($5 \times 5 \times 5$) of the bigger cube will give 125 smaller cubes.

Among the smaller cubes so formed, the 12 edges and 8 corners will have 2 and 3 of their faces painted red respectively. The 8 cubes at the 8 corners will have three of its faces painted.

The others 3 cubes at the edges (after sparing two cubes at the corners), total number of cubes = $3 \times 12 = 36$ cubes that will have two of their faces painted. \therefore Required total = $8 + 36 = 44$

24.(d) A cube of side 49cm is painted purple and then cut into smaller cubes of sides of 7cm each.

$$\text{No. of cube} = 7$$

$$\text{Number of smaller cubes having only one face painted} = 6 \times (n-2)^2 \\ = 6 \times (7-2)^2 = 6 \times 5^2 = 150$$

$$25.(b) \quad \text{An edge is divided into } \frac{12}{2} = 6$$

parts, hence each face will have $6 \times 6 = 36$ small cubes. Now the number of cubes exposed on the faces will be painted.

So 36 at front, 36 at back and 6 in each of the remaining 4 layers.

$$\text{So number of smaller cubes that have only one face painted} \\ = 36 + 36 + (6 \times 4) = 96$$

26.(b) The larger cube has an edge of 18 cm and smaller cube has an edge of 3 cm. Hence, there are 18 cubes on each edge. However, you need to consider 4 middle cubes only, as the 2 cubes on each corner will have 3 painted faces. Hence, there are 4 such cubes on each edge. As there are 12 edges, there will be $4 \times 12 = 48$ cubes

27.(a) When n = no. of cube in a row From the given question $n^3 = 27$

$$n = 3$$

$$\text{Only one side printed} = 6(n-2) \\ = 6(3-2)$$

$$= 6 \text{ cubes are painted on only one side.} \\ (n = 3)$$